

CORRIGÉS - PROBLÈMES DE FRACTIONS EN 6ÈME

BLOC 1 – Problèmes simples

Problème 1. Les billes de Jean

Jean possède 60 billes. Il perd $\frac{1}{4}$ de ses billes au cours d'une partie. Combien de billes lui reste-t-il ?

SOLUTION

Billes perdues : $\frac{1}{4}$ de 60

- On divise : $60 \div 4 = 15$
- Jean perd 15 billes

Billes restantes : $60 - 15 = 45$

Réponse : Il reste 45 billes à Jean.

Problème 2. La bouteille d'eau

Une bouteille contient 1 litre d'eau. On en verse d'abord $\frac{1}{6}$, puis $\frac{1}{12}$. Quelle fraction de la bouteille a été versée ? Quelle fraction reste-t-il ?

SOLUTION

Fraction versée (dénominateur commun : 12) :

- $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$
- $\frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Fraction restante : $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Réponse : On a versé $\frac{1}{4}$ de la bouteille, il en reste $\frac{3}{4}$.

Problème 3. Pierre et ses billes

Pierre possède 90 billes. Il en perd $\frac{2}{5}$, puis en regagne $\frac{1}{6}$ de ce qu'il avait au départ. Combien de billes lui reste-t-il ?

SOLUTION

Billes perdues : $\frac{2}{5}$ de 90 = $(2 \times 90) \div 5 = 180 \div 5 = 36$

Après la perte : $90 - 36 = 54$ billes

Billes regagnées : $\frac{1}{6}$ de 90 (du nombre initial) = $90 \div 6 = 15$

Total final : $54 + 15 = 69$ billes

Réponse : Il reste 69 billes à Pierre.

Problème 4. L'argent de poche de Julie

Julie reçoit 84 € d'argent de poche. Elle dépense $\frac{1}{3}$ pour des livres, puis $\frac{1}{4}$ du reste pour du maquillage. Combien lui reste-t-il ?

SOLUTION

Dépense livres : $\frac{1}{3}$ de 84 = $84 \div 3 = 28$ €

Reste après livres : $84 - 28 = 56$ €

Dépense maquillage : $\frac{1}{4}$ de 56 = $56 \div 4 = 14$ €

Reste final : $56 - 14 = 42$ €

Réponse : Il reste 42 € à Julie.

Problème 5. Les cultures d'un agriculteur

Un agriculteur cultive $\frac{3}{7}$ de ses terres en betteraves, $\frac{3}{10}$ en maïs, et le reste en blé. Quelle fraction de ses terres est cultivée en blé ?

SOLUTION

Dénominateur commun : 70

$\frac{3}{7} = \frac{30}{70}$ et $\frac{3}{10} = \frac{21}{70}$

$\frac{30}{70} + \frac{21}{70} = \frac{51}{70}$

Fraction en blé : $1 - \frac{51}{70} = \frac{19}{70}$

Réponse : La fraction cultivée en blé est $\frac{19}{70}$.

Problème 6. Le troupeau de moutons

Un éleveur possède 18 moutons. Il en vend les $\frac{2}{3}$. Combien lui reste-t-il de moutons ?

SOLUTION

Moutons vendus : $\frac{2}{3}$ de 18 = $(2 \times 18) \div 3 = 36 \div 3 = 12$

Moutons restants : $18 - 12 = 6$

Réponse : Il reste 6 moutons à l'éleveur.

Problème 7. Retrouver le troupeau initial

Un éleveur vend les $\frac{2}{3}$ de son troupeau. Il lui reste 6 moutons. Combien de moutons avait-il au départ ?

SOLUTION

Fraction restante : $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Si $\frac{1}{3}$ du troupeau = 6 moutons

Troupeau entier : $6 \times 3 = 18$ moutons

Réponse : L'éleveur possédait 18 moutons au départ.

Problème 8. La récolte de pommes

Un verger produit 315 kg de pommes. Le propriétaire en vend $\frac{5}{9}$ au marché. Combien de kilogrammes de pommes a-t-il vendus ?

SOLUTION

Pommes vendues : $\frac{5}{9}$ de 315 = $(5 \times 315) \div 9 = 1575 \div 9 = 175$ kg

Réponse : Le propriétaire a vendu 175 kg de pommes.

Problème 9. Le verger de cerisiers

Un verger compte 240 arbres. Les $\frac{3}{8}$ sont des cerisiers, les $\frac{1}{4}$ sont des pommiers, et le reste sont des poiriers. Combien y a-t-il de poiriers ?

SOLUTION

Cerisiers : $\frac{3}{8}$ de 240 = $(3 \times 240) \div 8 = 720 \div 8 = 90$

Pommiers : $\frac{1}{4}$ de 240 = $240 \div 4 = 60$

Poiriers : $240 - 90 - 60 = 90$

Réponse : Il y a 90 poiriers dans le verger.

Problème 10. L'argent économisé

Jeanne dépense $\frac{5}{9}$ de son argent. Il lui reste 280 €. Combien d'argent avait-elle au départ ?

SOLUTION

Fraction restante : $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

Si 4/9 correspondent à 280 €
Alors 1/9 correspond à : $280 \div 4 = 70$ €
Total initial : $70 \times 9 = 630$ €
Réponse : Jeanne avait 630 € au départ.

BLOC 2 – Partages et héritages

Problème 11. L'héritage de trois frères

Une fortune de 24 000 € est partagée entre trois héritiers. Le premier reçoit $\frac{3}{8}$ de la fortune, le deuxième reçoit $\frac{1}{4}$, et le troisième reçoit le reste. Combien chaque héritier reçoit-il ?

SOLUTION

Premier : $\frac{3}{8}$ de 24 000 = $(3 \times 24\,000) \div 8 = 72\,000 \div 8 = 9\,000$ €
Deuxième : $\frac{1}{4}$ de 24 000 = $24\,000 \div 4 = 6\,000$ €
Troisième : $24\,000 - 9\,000 - 6\,000 = 9\,000$ €

Réponse : Le premier et le troisième reçoivent 9 000 € chacun, le deuxième reçoit 6 000 €.

Problème 12. Les subventions sportives

Une mairie dispose de 18 000 € de subventions pour les clubs sportifs. Le club de football reçoit $\frac{2}{5}$ de cette somme, le club de handball $\frac{1}{6}$, le club d'arts martiaux $\frac{1}{10}$, et le reste est réparti équitablement entre trois autres clubs. Combien reçoit chaque club ?

SOLUTION

Football : $\frac{2}{5}$ de 18 000 = $36\,000 \div 5 = 7\,200$ €
Handball : $\frac{1}{6}$ de 18 000 = $18\,000 \div 6 = 3\,000$ €
Arts martiaux : $\frac{1}{10}$ de 18 000 = $18\,000 \div 10 = 1\,800$ €
Total attribué : $7\,200 + 3\,000 + 1\,800 = 12\,000$ €
Reste : $18\,000 - 12\,000 = 6\,000$ €
Pour 3 clubs : $6\,000 \div 3 = 2\,000$ € par club

Réponse : Football 7 200 €, Handball 3 000 €, Arts martiaux 1 800 €, les trois autres clubs 2 000 € chacun.

Problème 13. La récolte de noix

Cinq enfants se partagent une récolte de noix. Le premier prend $\frac{1}{5}$ de la récolte. Le deuxième prend $\frac{1}{4}$ du reste. Le troisième prend $\frac{1}{3}$ de ce qui reste ensuite. Le quatrième prend $\frac{1}{2}$ de ce qui reste alors. Alain, le cinquième, récupère les 12 noix restantes. Combien de noix y avait-il au départ ? Le partage est-il équitable ?

SOLUTION

Chaque enfant reçoit finalement $\frac{1}{5}$ du total
Si Alain reçoit $\frac{1}{5}$ du total = 12 noix
Total : $12 \times 5 = 60$ noix

Réponse : Il y avait 60 noix au départ. Oui, le partage est équitable : chaque enfant reçoit 12 noix.

Problème 14. Le viticulteur et sa récolte

Un viticulteur récolte 780 bouteilles de vin. Il en vend $\frac{5}{13}$ à un premier client, puis $\frac{1}{2}$ du reste à un deuxième client, puis $\frac{1}{4}$ de ce qui reste à un troisième client. Combien de bouteilles lui reste-t-il ?

SOLUTION

1er client : $\frac{5}{13}$ de 780 = $3\,900 \div 13 = 300$ bouteilles
Reste : $780 - 300 = 480$ bouteilles
2e client : $\frac{1}{2}$ de 480 = 240 bouteilles

Reste : $480 - 240 = 240$ bouteilles

3e client : $1/4$ de $240 = 60$ bouteilles

Reste final : $240 - 60 = 180$ bouteilles

Réponse : Il reste 180 bouteilles au viticulteur.

Problème 15. La galette de Sylvain et Sylvie

Une galette est partagée entre deux enfants. Sylvain veut $1/3$ de la moitié de la galette. Sylvie veut $1/4$ de la moitié de la galette. Qui a la plus grosse part ?

SOLUTION

Sylvain : $1/3$ de $1/2 = 1/6$ de la galette

Sylvie : $1/4$ de $1/2 = 1/8$ de la galette

Comparaison : $1/6 = 4/24$ et $1/8 = 3/24$

Donc $1/6 > 1/8$

Réponse : Sylvain a la plus grosse part ($1/6$ contre $1/8$).

Problème 16. Le gâteau d'anniversaire

Un gâteau d'anniversaire est partagé entre trois amis. Alexis mange $1/3$ du gâteau. Frédéric mange $1/4$ du gâteau. Élodie mange le reste. Qui a mangé le plus ? Qui a mangé le moins ?

SOLUTION

Alexis : $1/3 = 4/12$

Frédéric : $1/4 = 3/12$

Élodie : $1 - 4/12 - 3/12 = 5/12$

Réponse : Élodie a mangé le plus ($5/12$), Frédéric a mangé le moins ($3/12$).

Problème 17. Le pain d'épice (Brevet Bordeaux 1999)

Un pain d'épice est partagé entre quatre enfants. Le premier reçoit $1/2$ du pain d'épice. Le deuxième reçoit $1/3$ du reste. Le troisième reçoit $1/4$ de ce qui reste ensuite. Le quatrième reçoit le dernier morceau qui pèse 30 g. Quelle est la masse totale du pain d'épice ?

SOLUTION

Premier : $1/2$ M, reste $1/2$ M

Deuxième : $1/3$ de $1/2$ M = $1/6$ M, reste $1/2$ M - $1/6$ M = $1/3$ M

Troisième : $1/4$ de $1/3$ M = $1/12$ M, reste $1/3$ M - $1/12$ M = $1/4$ M

Quatrième : $1/4$ M = 30 g

Donc $M = 30 \times 4 = 120$ g

Réponse : La masse totale du pain d'épice est 120 g.

BLOC 3 – Retrouver le tout

Problème 18. Les dépenses de Paul

Paul dépense la moitié des $3/4$ de son argent, soit 45 €. Combien d'argent avait-il au départ ?

SOLUTION

Paul dépense : $1/2$ de $3/4 = 3/8$ de son argent

Si $3/8$ de son argent = 45 €

Alors $1/8 = 45 \div 3 = 15$ €

Total : $15 \times 8 = 120$ €

Réponse : Paul avait 120 € au départ.

Problème 19. Le père et le fils

Un père dit à son fils : "J'ai dépensé la moitié des $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{3}$ de ce que tu as dépensé." Le père a dépensé 380 €. Combien le fils a-t-il dépensé ?

SOLUTION

Dépense du père : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ de la dépense du fils

Si $\frac{5}{8}$ de la dépense du fils = 380 €

Alors $\frac{1}{8} = 380 \div 5 = 76$ €

Dépense du fils : $76 \times 8 = 608$ €

Réponse : Le fils a dépensé 608 €.

Problème 20. La salle de cinéma

Une salle de cinéma est remplie aux $\frac{2}{3}$, ce qui représente 142 personnes. Quelle est la capacité totale de la salle ?

SOLUTION

Si $\frac{2}{3}$ de la capacité = 142 personnes

Alors $\frac{1}{3} = 142 \div 2 = 71$ personnes

Capacité totale : $71 \times 3 = 213$ personnes

Réponse : La capacité totale de la salle est 213 personnes.

Problème 21. L'avion

Un avion de 240 places est rempli aux $\frac{2}{3}$. Puis $\frac{3}{5}$ des places restantes sont occupées lors d'une escale. Combien de places libres reste-t-il ?

SOLUTION

Places occupées : $\frac{2}{3}$ de 240 = 160 places

Places libres : $240 - 160 = 80$ places

À l'escale : $\frac{3}{5}$ de 80 = 48 places occupées

Places libres finales : $80 - 48 = 32$ places

Réponse : Il reste 32 places libres.

Problème 22. Les bouquets de muguet

Un fleuriste vend $\frac{3}{4}$ de ses bouquets de muguet le matin, puis $\frac{2}{3}$ des bouquets restants l'après-midi. Il lui reste alors 12 bouquets. Combien de bouquets avait-il au départ ? Quelle fraction totale a été vendue ?

SOLUTION

Matin : $\frac{3}{4}$ vendus, reste $\frac{1}{4}$

Après-midi : $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ vendus

Reste : $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$

Si $\frac{1}{12} = 12$ bouquets, alors total = $12 \times 12 = 144$ bouquets

Fraction vendue : $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$

Réponse : Le fleuriste avait 144 bouquets. Il a vendu $\frac{11}{12}$ de ses bouquets.

BLOC 4 – Chaînes de fractions et niveau brevet

Problème 23. Le câble de télévision (Brevet Dijon 1987)

Une entreprise livre 1 450 km de câble de télévision. Elle en pose $\frac{2}{5}$ dans le Nord, puis $\frac{7}{5}$ de cette quantité dans le Sud. Le reste est gardé en réserve. Quelle longueur de câble reste-t-il en réserve ?

SOLUTION

Nord : $\frac{2}{5}$ de 1 450 = $2\,900 \div 5 = 580$ km

Sud : $\frac{7}{5}$ de 580 = $4\,060 \div 5 = 812$ km

Total posé : $580 + 812 = 1\,392$ km

Réserve : $1\,450 - 1\,392 = 58$ km

Réponse : Il reste 58 km de câble en réserve.

Problème 24. Les bouteilles de jus

Combien de bouteilles de $\frac{3}{4}$ L peut-on remplir avec 12 L de jus de fruit ?

SOLUTION

$12 \div (\frac{3}{4}) = 12 \times (\frac{4}{3}) = 48 \div 3 = 16$ bouteilles

Réponse : On peut remplir 16 bouteilles.

Problème 25. Le geyser et les bouteilles

Un geyser contient 15 000 L d'eau. On veut remplir des bouteilles de $\frac{2}{3}$ L. Combien de bouteilles peut-on remplir ?

SOLUTION

$15\,000 \div (\frac{2}{3}) = 15\,000 \times (\frac{3}{2}) = 45\,000 \div 2 = 22\,500$ bouteilles

Réponse : On peut remplir 22 500 bouteilles.

Problème 26. Le terrain et l'enclos

Un terrain rectangulaire a une surface de 60 m². Les $\frac{2}{3}$ de ce terrain sont recouverts de pelouse. L'enclos du chien occupe $\frac{4}{5}$ de la pelouse. Quelle surface représente l'enclos ?

SOLUTION

Pelouse : $\frac{2}{3}$ de 60 = $120 \div 3 = 40$ m²

Enclos : $\frac{4}{5}$ de 40 = $160 \div 5 = 32$ m²

Réponse : L'enclos représente 32 m².

Problème 27. Les frais médicaux

Des frais médicaux s'élèvent à 240 €. La sécurité sociale rembourse 75 % (soit $\frac{3}{4}$) de ces frais. La mutuelle rembourse $\frac{4}{5}$ du reste à charge. Quelle fraction des frais médicaux reste à la charge du patient ?

SOLUTION

Sécu : $\frac{3}{4}$ de 240 = 180 €

Reste : $240 - 180 = 60$ €

Mutuelle : $\frac{4}{5}$ de 60 = 48 €

Reste final : $60 - 48 = 12$ €

En fraction : $\frac{12}{240} = \frac{1}{20}$

Réponse : Il reste $\frac{1}{20}$ des frais (soit 12 €) à la charge du patient.

Problème 28. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ de 120 F (Brevet Caen 1992)

Calculer les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ de 120 F (francs).

SOLUTION

$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times 120 = 60$ F

Réponse : Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ de 120 F valent 60 F.

Problème 29. Monsieur Farfelu et son poulet

Monsieur Farfelu achète un poulet. Le premier jour, il mange $\frac{1}{2}$ du poulet. Le deuxième jour, il mange $\frac{1}{3}$ de ce qui reste. Le troisième jour, il mange $\frac{1}{4}$ de ce qui reste. Le quatrième jour, il finit le poulet qui pèse alors 300 g. Quelle était la masse initiale du poulet ?

SOLUTION

Jour 1 : mange $\frac{1}{2}$, reste $\frac{1}{2}$

Jour 2 : mange $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, reste $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

Jour 3 : mange $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{12}$, reste $\frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

Jour 4 : $\frac{1}{4} M = 300$ g

Donc $M = 300 \times 4 = 1\,200$ g

Réponse : La masse initiale du poulet était 1 200 g (1,2 kg).

Problème 30. L'intrus (Kangourou 1996)

Parmi les cinq expressions suivantes, quatre sont égales. Laquelle est l'intrus ? A) $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de 120 B) $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de 120 C) $\frac{1}{2}$ de 120 D) 60 E) $\frac{3}{4}$ de 80

SOLUTION

A) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 120 = \frac{1}{2} \times 120 = 60$

B) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times 120 = \frac{1}{2} \times 120 = 60$

C) $\frac{1}{2} \times 120 = 60$

D) 60

E) $\frac{3}{4} \times 80 = 240 \div 4 = 60$

Réponse : Il n'y a pas d'intrus ! Toutes les expressions valent 60. C'était un piège du Kangourou.

FIN DES CORRIGÉS